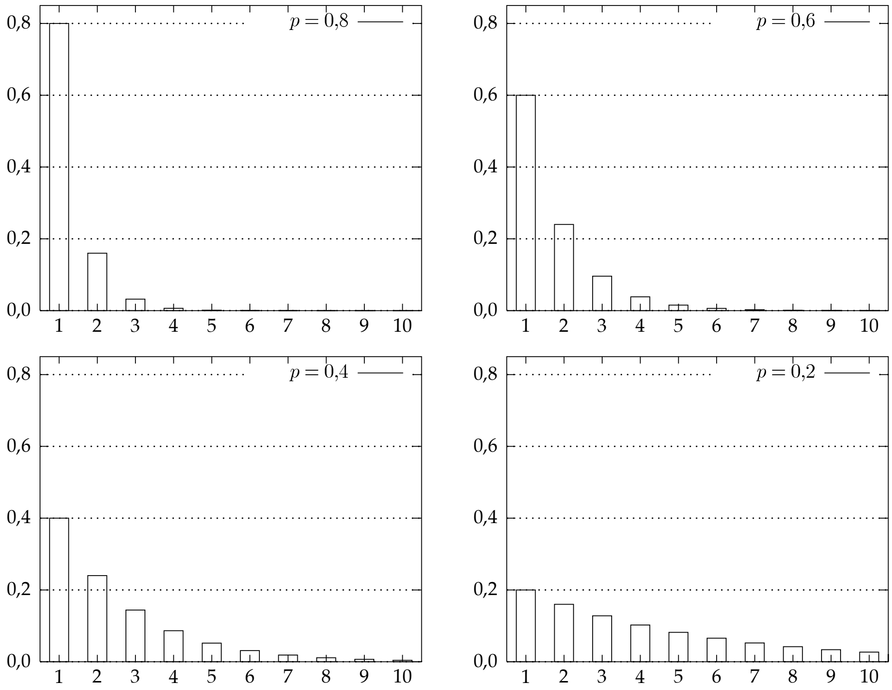

Abbildung 1.8: Dichte der geometrischen Verteilung

hinter sich hat und sich deshalb zum Zeitpunkt $y + x$ genauso verhält wie ursprünglich zur Zeit y.

Formal rechnen wir zunächst nach, dass

$$\begin{aligned}
\Pr[X > x] &= \sum_{i=x+1}^{\infty} (1-p)^{i-1} p = (1-p)^x p \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i \\
&= (1-p)^x p \cdot \frac{1}{1-(1-p)} = (1-p)^x.
\end{aligned}$$

Auch diese Gleichung ist intuitiv klar: Das Ereignis „$X > x$“ tritt genau dann ein, wenn zu Beginn des Experiments x Misserfolge eintreten. Dies ist genau mit Wahrscheinlichkeit $(1-p)^x$ der Fall. Mit Hilfe dieses Zwischenergebnisses folgt die Gedächtnislosigkeit, denn

$$\begin{aligned}
\Pr[X > y + x \mid X > x] &= \frac{\Pr[X > y + x, X > x]}{\Pr[X > x]} = \frac{\Pr[X > y + x]}{\Pr[X > x]} \\
&= (1-p)^{y+x} \cdot (1-p)^{-x} = (1-p)^y = \Pr[X > y].
\end{aligned}$$